

Matematická logika a „pravdivá idea“ u Spinozy

1.

V první části své metody (tj. reflexe lidského poznání a usuzování) se Spinoza¹ v *Pojednání o nápravě rozumu* zaměřuje na rozlišení pravdivé ideje (*idea vera*) od jiných druhů idejí: smyšlené ideje (*idea ficta*), klamné ideje (*idea falsa*) a pochybné ideje (*idea dubia*). Toto rozlišení nespočívá v žádných vnějších vztazích ideje, nýbrž výhradně v ideji samotné – z ideje samotné musí být patrné, jaká je. Dále: smyšlená, klamná, ani pochybná idea v sobě nemají nic pozitivního, čím by se lišily od pravdivé ideje; vznikají pouze díky tomu, že jim do pravdivé ideje něco chybí:

- **Smyslená idea** vzniká z nedostatečného porozumění nebo nedostatečné znalosti.
- **Klamná idea** je stejná jako smyšlená, liší se jen tím, že postrádá základ k úsudku, že není pravdivá.
- **Pochybná idea** vzniká z nerespektování řádu poznání (např. z nemístného použití abstrakce).

Pravdivá idea je prostě rozumění něčemu (nebo mínění něčeho), které není narušené žádným zmatkem. Máme pravdivé ideje – to je východisko Spinozova rozlišení:

„...*habemus enim ideam veram*...“²

Kdybychom pravdivé ideje neměli, tj. ničemu bychom bez zmatku nerozuměli, byli bychom automaty³ a nikoli lidé. To, že něčemu bez zmatku rozumíme, navíc nepotřebuje zdůvodňování. Naopak: zdůvodňování by tu bylo nepatřičné. Pravdivost ideje nevzniká přítomností nějakého znaku pravdivosti, a není tedy na místě zdůvodňování její pravdivosti vykazováním tohoto znaku. Její pravdivost můžeme poznávat, ale pravdivá je i bez toho:

„...*non opus est, ut sciam, quod sciam me scire*...“⁴

(Tady může znít překvapivě užití slova „vědět“ (*scio*), ale z dalšího výkladu by to mělo být jasné.)

¹ Spinoza: *Tractatus de intellectus emendatione*. Český překlad M. Hemelík: *Pojednání o nápravě rozumu*, Filosofie 2003.

² „...*my totiž máme pravdivou ideu*...“ c. d. § 33.

³ Viz c. d. § 48.

⁴ „...*k tomu, abych věděl, není třeba vědět, že vím*...“ c. d. § 35.

2.

Co chybí jiným druhům idejí?

Smyšlená idea je rozumění něčemu (nebo mínění něčeho), v němž není úplně jasné, čemu rozumíme (co míníme); nebo je to rozumění (mínění), že něco nějak je, přičemž nevíme, zda to tak je.⁵ (Tady je vidět, že „rozumět“, resp. „mínit“ (*intellego*) používáme tak, že ho ostře neodlišujeme od „vědět“ (*scio*).)

Této ideji tedy může chybět jasnost a na jejím místě vzniká zmatek – ten nesmí odporovat tomu, co jasné je. Čím méně je nám jasné, tím snadněji zmatek vzniká:

„... quo mens minus intelligit, et tamen plura percipit, eo maiorem habeat potentiam fingendi, et plura intelligit, eo magis illa potentia diminuatur...“⁶

Druhá možnost je, že této ideji chybí znalost a na jejím místě vzniká zmatek – ten nesmí odporovat tomu, co víme. Opět: čím méně toho víme, tím snadněji zmatek vzniká. Proto s větší obecností vzniká tato idea snadněji:

„... itaque quo existentia generalius concipitur, eo etiam confusius concipitur faciliusque unicuique rei potest affingi...“⁷

Smyšlenou ideu ale nikdy nezaměníme za pravdivou. Je v ní totiž jasné, kde jsme místo jasnosti nebo znalosti nechali vzniknout zmatek.

Klamná idea je rozumění něčemu (nebo mínění něčeho), kterému nejen chybí jasnost nebo znalost, ale chybí mu i jasnost toho, že mu jasnost nebo znalost chybí. Je to – jakoby – smyšlená idea považovaná za pravdivou, je v ní ale jenom více zmatku; není v ní nic navíc, naopak toho víc chybí.

Spinoza ji bere jako snění v bdělém stavu:

„... et quod fere nihil aliud sit, quam oculis apertis, sive dum vigilamus, somniare...“⁸

Klamnost ideje ale můžeme poznávat. (V tom spočívá metoda.⁹) Je možné zjistit, kde všude v ní jasnost nebo znalost chybí: jistě není jednoduchá – to by byla jasná a tedy pravdivá – a prohlédneme-li její složení, najdeme to.

Pochybná idea je rozumění něčemu (nebo mínění něčeho) obsahující pochybnost, tj. je to pochybování. Pochybování znamená, že něco je nám nejasné. Nejasnost je ale vždy jen v

⁵ Smyšlené je něco (*essentia*), nebo to, zda to tak je (*existentia*), případně obojí. Viz c. d. §§ 52 – 65.

⁶ „... čím méně mysl chápe, a přece mnohé poznává, tím více má moci si vymýšlet, a čím více chápe, tím více se tato moc zmenšuje...“ c. d. § 58.

⁷ „... čím obecněji je existence pojímána, tím je také pojímána zmateněji a snadněji může být přimyšlena nějaké věci...“ c. d. § 55.

⁸ „...že se tak neděje nic jiného, než že se sní s otevřenýma očima neboli v bdělém stavu...“ c. d. § 66.

⁹ Viz c. d. §§ 38 – 40.

našem rozumění (mínění), nic není samo nejasné – v tomto případě je nejasnost v pochybování.¹⁰

Této ideji tedy také chybí jasnost. Zmatek vzniká vždy z nějaké jiné – třeba i pravdivé – ideje, která nás k pochybování přivedla. Kdybychom ale poznávali všechno ve správném pořádku (*ordo*) a nepřemýšleli o tom, co není na řadě, žádný zmatek by nevznikl:

„...*quod dubitatio semper oritur ex eo, quod res absque ordine investigentur...*“¹¹

I nejasnost v pochybné ideji můžeme poznávat. Můžeme totiž jasně najít místo, kde jsme pořádek porušili.

¹⁰ Není to pravdivá idea o nejasnosti něčeho; např. pravdivá idea o smyšlenosti jiné ideje není pochybování. Pochybnost, stejně jako jistota, je samotná idea, nikoli idea ideje. Viz c. d. § 35.

¹¹ „... že pochybnost vždy pochází z toho, že jsou věci zkoumány neuspořádaně...“ c. d. § 80.

3.

Mám tu úplně volné pojetí ideje, do něhož patří všechno, co v dnešní době bereme jako myšlení, rozumění, mínění, vědění, poznání, atd., a které se může vztahovat na všechno, o čem můžeme přemýšlet, čemu můžeme rozumět, co můžeme minit, vědět, poznat atd.¹² Toto pojetí ideje a rozlišení pravdivé, smyšlené, klamně a pochybné ideje dále použiji k úvaze o tom, co děláme v matematické logice.

Matematická logika je – už na první pohled – vázaná na matematický styl zápisů. Tyto zápisy jsou tvořeny ze symbolických výrazů (s nimiž pak pracujeme algebraickým způsobem). Ve snaze po promyšlení toho, co v matematické logice děláme, můžu tedy položit otázku

Jaký je vztah symbolických výrazů a idejí?

Protože význačným případem symbolického výrazu je výrok, resp. výroková funkce¹³, můžu tuto otázku zpřesnit

Jaký je vztah výroků (resp. výrokových funkcí) a idejí?

Mluvíme-li u výroků o pravdivosti a nepravdivosti, měl by být nějaký vztah mezi touto pravdivostí a pravdivostí ideje. Začnu tedy otázkou

Jaký je vztah pravdivosti výroků a pravdivosti idejí?

V matematické logice pracujeme se zvláštním druhem pravdivosti a nepravdivosti – s „logickou pravdivostí“ a „logickou nepravdivostí“, které mají výsadní postavení a mluvíme o nich i u výrokových funkcí, nejen u výroků. Otázku tedy rozvinu takto:

Jaký je vztah logické pravdivosti výroků (resp. výrokových funkcí) a pravdivosti idejí?

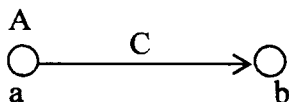
Stejně tak ale musím uvážit vztah nepravdivosti a logické nepravdivosti výroku (resp. výrokové funkce) a pravdivosti ideje.

¹² Aby byla tato volnost možná, není také v tomto pojetí ideje nijak blíže určováno, jaký „ontologický status“ má to, čeho je to idea (*ideatum*). Může to být kruh, „že se otáčí polokruh kolem středu a z této rotace vzniká koule“, Petr, idea Petra, chiméra, bůh, prostě cokoliv. Viz např. c. d. §§ 33 až 34, 54, 72.

¹³ Viz. B. Russell: *Introduction to mathematical philosophy*, Routledge 1993 (orig. 1919); kapitola XV, str. 155 – 156. Také v B. Russell, A. N. Whitehead: *Principia Mathematica*, Cambridge University Press 1997 (orig. 1910), str. 14: Výroková funkce je symbolický výraz obsahující proměnnou, který se stane výrokem po dosazení hodnoty této proměnné.

4.

Jako příklad vezmu následující obrázek:



a jeho popis výrokem

Od kolečka s písmenem „a“ vede šipka s písmenem „C“ ke kolečku s písmenem „b“ a u kolečka s písmenem „a“ je také písmeno „A“.

který v souladu s dnešními zvyky matematické logiky¹⁴ můžeme symbolicky zapsat

$Cab \wedge Aa$

Nyní máme několik různých idejí:

1. Ideu obrázku.
2. Ideu původního výroku.
3. Ideu jeho symbolického zápisu.
4. Ideu závislosti pravdivosti výroku na pravdivosti „Cab“ a „Aa“ (tj. ideu pravdivostní tabulky pro tyto dva jednoduché výroky).
5. Ideu toho, že výrok popisuje obrázek.
6. Ideu toho, že výrok je pravdivý (tj. ideu, který řádek pravdivostní tabulky vybíráme; od předchozí ideje se liší tím, že ji vytváříme používáním pravdivostní tabulky a je nám jedno, odkud máme pravdivostní hodnoty jednoduchých výroků).
7. Ideu, jak tento výrok používat v důkazech¹⁵: pouze jako předpoklad nebo výsledek odvození.

které jsou všechny pravdivé. (Můžeme mít samozřejmě ještě mnoho dalších pravdivých idejí patřících do matematické logiky, které se k tomuto příkladu vážou.) Uvážíme-li výrok

$\sim Aa$

máme navíc tyto pravdivé ideje:

8. Ideu tohoto výroku.
9. Ideu závislosti pravdivosti tohoto výroku na pravdivosti „Aa“.
10. Ideu toho, že tento výrok obrázek nepopisuje.
11. Ideu toho, že tento výrok je nepravdivý.

¹⁴ A s domluvou, že písmena „a“, „b“ považujeme za jména koleček, u nichž jsou, písmeno „A“ za jednomístný predikát kolečka, u něhož je, a písmeno „C“ za dvoumístný predikát koleček, mezi nimiž vede šipka, u níž je.

¹⁵ V nějakém dnešním kalkulu Hilbertovského typu, viz např. Barwise, J. (ed.): *Handbook of Mathematical Logic*, North-Holland Publishers 1977, str. 34 – 35.

12. Ideu, jak tento výrok používat v důkazech.

Jako příklad výrokové funkce uvažme

$$\varphi \wedge Aa$$

kde φ je výroková proměnná (jejímiž hodnotami jsou – dejme tomu – libovolně komplikované výroky v predikátové logice prvního řádu se jmény „a“ a „b“ a predikáty „A“ a „C“). Nyní máme navíc ideje

13. Ideu této výrokové funkce.

14. Ideu některých poměrně jednoduchých příkladů hodnot této funkce (tj. ideu některých dosazení a výroků, které by jimi vznikly).

15. Ideu, jak tvořit a ověřovat správné utvoření hodnot této funkce.

16. Ideu závislosti pravdivosti hodnot této funkce na pravdivosti hodnot proměnné φ a na pravdivosti „Aa“.

17. Ideu, jak tuto výrokovou funkci používat v důkazech.

kteřé jsou také pravdivé.

Vztah pravdivosti výroků a pravdivosti idejí je tedy tento: **Máme (nějaké) pravdivé ideje pravdivosti a nepravdivosti výroků, resp. i pravdivosti a nepravdivosti hodnot výrokových funkcí.**

Jako příklad logicky pravdivého výroku uvažme

$$(Cab \wedge Aa) \rightarrow (Cab \vee Aa)$$

o němž máme tyto pravdivé ideje:

18. Ideu tohoto výroku.

19. Ideu, že se jedná o hodnotu výrokové funkce „ $(\varphi \wedge \psi) \rightarrow (\varphi \vee \psi)$ “, o níž máme řadu idejí (viz dále), z kterých snadno získáme ideje o tomto výroku:

20. Ideu závislosti pravdivosti tohoto výroku na pravdivosti „Aa“ a „Cab“ (tj. ideu pravdivostní tabulky pro tyto dva jednoduché výroky).

21. Ideu, že se na obrázek ani nemusíme dívat.

22. Ideu, že tento výrok je pravdivý (ať vybereme jakýkoli řádek pravdivostní tabulky – ale můžeme mít i ideu, jaký řádek vybíráme).

23. Ideu, že tento výrok je logicky pravdivý.

24. Ideu, jak tento výrok používat v důkazech: kdykoli potřebujeme a nepřidáme tím předpoklad.

Jako příklad logicky nepravdivého výroku uvažme

$$(Cab \wedge Aa) \wedge \sim (Cab \vee Aa)$$

o němž máme (kromě jiných) pravdivé ideje:

25. Ideu tohoto výroku.

26. Ideu, že je logicky nepravdivý.

27. Ideu, jak tento výrok používat v důkazech: jako závěrečný krok v důkazu sporem, nebo jako předpoklad „triviálního“ důkazu čehokoliv.

Výraznější pozornost věnujeme v matematické logice až odpovídající logicky pravdivé výrokové funkci

$$(\varphi \wedge \psi) \rightarrow (\varphi \vee \psi)$$

o níž máme (kromě jiných) tyto pravdivé ideje:

28. Ideu této výrokové funkce.

29. Ideu závislosti pravdivosti hodnot této funkce na pravdivosti hodnot proměnných φ a ψ .

30. Ideu, že je to logicky pravdivá výroková funkce.

31. Ideu, jak tuto výrokovou funkci používat v důkazech.

a logicky nepravdivé výrokové funkci

$$(\varphi \wedge \psi) \wedge \sim (\varphi \vee \psi)$$

o níž máme obdobné pravdivé ideje.

Vztah logické pravdivosti výroků a pravdivosti idejí je tedy tento: **Máme (nějaké) pravdivé ideje logické pravdivosti a logické nepravdivosti výroků, resp. výrokových funkcí.** Tyto ideje jsou stejně pravdivé, jako všechny ostatní ideje z uvedených 31 příkladů. Význačnost výroků, resp. výrokových funkcí v matematické logice není v tom, že by v ní byly všechny pravdivé ideje idejemi jejich pravdivosti nebo nepravdivosti, ani jejich logické pravdivosti nebo nepravdivosti.

5.

Mohou být tyto ideje jiné než pravdivé (tj. smyšlené, klamné nebo pochybné)?

Umíme-li aspoň trochu dnešní matematickou logiku a jsme-li seznámeni s užívanými symboly, v takto jednoduchých případech je asi naše rozumění (mínění) úplně jasné. Žádný zmatek v něm asi není.

I když z vlastní zkušenosti vím, že unavený člověk může i v čtyřřádkové tabulce (např. v ideji 20) zmatečně prohodit části některých řádků. Pak je to idea klamná. Všimne-li si, že něco má špatně, ale zmatek tím ještě neodstraní, je to idea pochybná.

V komplikovanějších případech však máme smyšlených, klamných nebo pochybných idejí mnoho. Opět to nemusí být jen ideje pravdivosti a nepravdivosti nebo logické pravdivosti a logické nepravdivosti, zmatek vzniká stejně při jakékoli manipulaci se symbolickými výrazy. Například o symbolickém zápisu

$$\psi \wedge ((\sim (\varphi \wedge \psi) \rightarrow (\varphi \vee \psi)) \wedge \sim \psi) \rightarrow \varphi$$

můžeme mít snadno smyšlenou, klamnou nebo pochybou ideu, dokud nespočítáme levé a pravé závorky.¹⁶

Vlastní práce v matematické logice (sestavování kalkulů a důkazů) je procházení tímto zmatkem a jeho odstraňování – vytváření pravdivých idejí.

Vztah symbolických výrazů a idejí je tedy tento: **Odstraňujeme smyšlené, klamné a pochybné ideje symbolických výrazů a manipulací s nimi, které v komplikovanějších případech máme.**

¹⁶ Nadanější člověk, který tu vidí chybu na první pohled, si může vytvořit vlastní delší příklad.

6.

Teď je možné lépe promyslet, co znamená, že „výrok vyjadřuje ideu“. To je totiž něco, co se nám stále vnucuje při uvažování o výrociích. Vede to k tomu, že nám pak připadá, že logicky pravdivé výroky by měly být „vyjádřením“ pravdivých idejí a logicky nepravdivé výroky by měly být „vyjádřením“ klamných idejí. (Nejen to. Můžeme mít také dojem, že bychom měli rozlišovat „logicky pravdivé ideje“ od „nahodile pravdivých idejí“ nebo „zkušenostně pravdivých idejí“, což je ze Spinozova pohledu naprostý nesmysl.)

Jak jsem ukázal, vztah idejí a výroků v matematické logice je ten, že máme ideje výroků. To, že „výrok vyjadřuje ideu“, by tedy mohlo znamenat buď to, že výrok „vyjadřuje“ naší ideu tohoto výroku, anebo že „vyjadřuje“ naší ideu něčeho jiného – např. obrázku, který má popisovat.

V prvním případě si ale musíme uvědomit, že často můžeme mít různé ideje téhož výroku. Některé mohou být pravdivé, některé smyšlené, některé klamné a některé pochybné; např. můžeme mít i klamnou ideu logicky pravdivého výroku. V druhém případě si musíme uvědomit, že často žádné takové ideje nemáme a nijak nám to nevadí. Někdy můžeme vytvořit smyšlenou ideu, že by někdo mohl příslušnou ideu mít, ale někdy ani to ne.